SESJE Z PLUSEM – ANALIZA WYNIKÓW

Raport dotyczący wyników sprawdzianów przeprowadzonych w klasach I–III gimnazjum w roku szkolnym 2013/2014 w ramach projektu LEPSZA SZKOŁA

I. Wstęp

Wszystko jest trudne, nim stanie się proste.

Margaret Fuller

Drogi Nauczycielu!

Oddajemy w Twoje ręce raport dotyczący wyników sprawdzianów przeprowadzonych w klasach I–III gimnazjum w roku szkolnym 2013/2014 w ramach projektu LEPSZA SZKOŁA. Projekt ten – realizowany przez nas od 2002 roku – został stworzony po to, by pomagać nauczycielom w ich codziennej pracy. Co roku nasze sprawdziany służą jako narzędzie weryfikowania wiedzy uczniów, nauczycielskiej kontroli efektywności ich nauczania oraz oceny stopnia przygotowania uczniów do czekających ich egzaminów zewnętrznych. Od początku trwania projektu LEPSZA SZKOŁA współpracowaliśmy z ponad 113 tysiącami nauczycieli, a przygotowane przez nas zestawy zadań sprawdziły wiedzę 9 milionów uczniów. Z uwagi na zasięg badania i liczbę uczniów biorących w nim udział przedstawione tu dane można z powodzeniem uznać za reprezentatywne dla populacji poszczególnych roczników.

Mamy nadzieję, że informacje zawarte w raporcie staną się dla Ciebie praktycznym przewodnikiem i pomocą w kolejnym roku szkolnym. W opracowaniu zwróciliśmy szczególną uwagę na wiedzę i umiejętności, które przekroczyły próg możliwości badanych uczniów. Wierzymy, że dzięki temu opracowaniu uzyskasz dodatkową wiedzę, która pozwoli pewnie i bezpiecznie przeprowadzić uczniów przez kolejny rok pełen matematycznych wyzwań i problemów.

Doświadczenie sukcesu jest dla każdego z nas niezwykle ważne. Pamiętaj, że sukces szkolny może odblokować ukryty potencjał Twojego ucznia. Pomóż mu uwierzyć w jego możliwości! Przeżyj ten sukces razem z nim!

Wielu sukcesów i owocnej pracy w roku szkolnym 2014/2015
życzy zespół projektu LEPSZA SZKOŁA

Niniejszy raport przedstawia dane dotyczące wyników sprawdzianów przeprowadzonych w klasach gimnazjalnych w roku szkolnym 2013/2014 w ramach projektu LEPSZA SZKOŁA. Uczniowie każdej klasy pisali trzy sprawdziany w ciągu roku. Sesja pierwsza odbywała się na początku roku szkolnego, sesja druga – po pierwszym semestrze, trzecia zaś – pod koniec roku szkolnego.

Liczbę uczniów biorących udział w poszczególnych sesjach w roku szkolnym 2013/2014 przedstawia poniższa tabela.

	Sesja 1	**Sesja 2**	**Sesja 3**
Klasa I	137 162	107 365	95 877
Klasa II	110 247	96 684	85 233
Klasa III	111 052	93 408	80 831

Tabela 1. Liczba uczniów klas I–III gimnazjum biorących udział w projekcie LEPSZA SZKOŁA w roku szkolnym 2013/2014

Po analizie blisko miliona prac uczniów ze wszystkich roczników biorących udział w badaniu z dużym prawdopodobieństwem możemy stwierdzić, że zaobserwowane na badanej grupie prawidłowości występują powszechnie w całej populacji poszczególnych roczników.

Średni wynik ogólnopolski, wyniki zerowe i maksymalne

Poniższe zestawienie prezentuje dane dotyczące średniego wyniku uzyskanego przez uczniów klas I–III w poszczególnych sesjach, liczbę występujących w każdej sesji wyników zerowych oraz procent wyników maksymalnych. W każdej kolumnie tabeli wyróżniono wynik najwyższy i najniższy.

Klasa	Sesja	Średni wynik ogólnopolski (%)	Liczba wyników zerowych	Wyniki maksymalne (%)
Klasa I	Sesja 1	52	661	**3,69**
	Sesja 2	**54**	202	1,17
	Sesja 3	48	327	**0,77**
Klasa II	Sesja 1	**42**	553	0,80
	Sesja 2	**42**	577	0,82
	Sesja 3	47	**194**	2,43
Klasa III	Sesja 1	44	818	**0,77**
	Sesja 2	48	285	2,00
	Sesja 3	46	**966**	1,86

Tabela 2. Średni wynik ogólnopolski, wyniki zerowe i wyniki maksymalne uczniów klas I–III gimnazjum

Najlepszy średni wynik procentowy uzyskany przez uczniów klas pierwszych w sesji 2 jest o 29% lepszy od najniższego wyniku uzyskanego przez uczniów klas drugich w sesjach 1 i 2. Uczniowie kończący naukę w gimnazjum oddali największą w skali badania w klasach I–III liczbę prac, które otrzymały zerową punktację.

W dalszej części raportu przedstawimy informacje o wynikach uczniów, uwzględniając podział na klasy. Blok poświęcony każdej z nich składa się z tych samych elementów.

W pierwszej kolejności chcemy zwrócić uwagę na wyniki ekstremalne. W wypadku każdego zadania pewna grupa uczniów uzyskała wynik maksymalny, pewna zaś – zerowy. Pokażemy, w których zadaniach wynik maksymalny pojawił się najwięcej razy oraz które zagadnienia były najczęstszym źródłem niepowodzeń. Dane te zostaną zilustrowane przykładami wybranych zadań.

Następnie skupimy się na mocnych i słabych stronach uczniów. Identyfikację tych obszarów opieramy na analizie **współczynników łatwości**, które zostały obliczone dla każdego zadania. Współczynnik łatwości stosowany jest w pomiarze dydaktycznym w celu oceny poziomu wiedzy i umiejętności ucznia, zespołu klasowego lub badanej grupy. Współczynnik łatwości każdego zadania oblicza się, dzieląc liczbę punktów uzyskanych przez wszystkich uczniów za rozwiązanie tego zadania przez maksymalną liczbę punktów, które mogli za nie uzyskać.

Została przyjęta poniższa interpretacja otrzymanych wartości współczynnika łatwości zadania.

	Zadanie				
	bardzo łatwe	łatwe	umiarkowanie trudne	trudne	bardzo trudne
Współczynnik łatwości	0,9–1,0	0,7–0,89	0,5–0,69	0,2–0,49	0,0–0,19

Tabela 3. Współczynnik łatwości zadania

Przykład

Maksymalna liczba punktów do uzyskania ze sprawdzianu to 24, Marcin uzyskał 16 punktów.

16 : 24 = 0,67

Wynik 0,67 oznacza, że dla Marcina zadania ze sprawdzianu były umiarkowanie trudne.

Analogiczne postępowanie zostało przeprowadzone w odniesieniu do wszystkich zadań, które rozwiązywali uczniowie.

Przykład

Za zadanie X wszyscy uczniowie mogli otrzymać łącznie 300 000 punktów. Tymczasem zdobyli w sumie 75 000 punktów.

75 000 : 300 000 = 0,25

Wynik ten oznacza, że zadanie X okazało się dla uczniów trudne. Współczynnik łatwości tego zadania wyniósł 0,25.

Warto porównać ten sposób identyfikacji mocnych i słabych stron uczniów z klasyfikacją proponowaną przez prof. Helenę Siwek[1]. Nawiązując do prac znanego rosyjskiego psychologa Lwa Wygotskiego, autorka zdefiniowała strefy możliwości zespołu klasowego (grupy). Prof. Siwek przyjmuje, że zadanie znajduje się w **strefie aktualnych możliwości** grupy, jeżeli zostało rozwiązane poprawnie przez 75–100% jej członków.

---

[1] H. Siwek, *Rapport d'un fragment de recherche sur le développement de simples activités mathématiques chez des enfants légèrement handicapés de l'école élémentaire,* [w:] Recherches en Didactique des Mathématiques, 1989, Vol. 10, nr 1, s. 61–110.

Procent poprawnych odpowiedzi zawarty w przedziale 50–75% świadczy o tym, że umiejętność bądź aktywność badana w zadaniu znajduje się w **strefie najbliższych możliwości** uczniów, a więc w strefie ich najbliższego, pożądanego i możliwego do zrealizowania rozwoju. Wynik poniżej 50% oznacza, że zadanie, do którego się odnosi, leży **powyżej możliwości** grupy. W niniejszym opracowaniu została przyjęta analogiczna interpretacja w odniesieniu do wskaźników łatwości poszczególnych zadań. Zadanie o wskaźniku 0,75–1,0 zostało uznane za znajdujące się w strefie aktualnych możliwości uczniów, zadanie o wskaźniku 0,5–0,74 oznacza strefę najbliższych możliwości, a wynik poniżej 0,5 to strefa powyżej możliwości uczniów.

W pierwszym przykładzie wynik Marcina na poziomie 0,67 oznacza, że rozwiązywane przez niego zadania znajdują się w strefie jego najbliższych możliwości. Warto pracować, by poprawić ten wynik, a sukces jest na wyciągnięcie ręki. Z kolei zadanie z przykładu drugiego znajduje się powyżej możliwości rozwiązującej je grupy uczniów. To oznacza, że czeka nas nie lada wyzwanie i wysiłek.

Na końcu raportu znajdują się uwagi, które mogą okazać się przydatne w pracy nauczyciela matematyki.

II. Uczeń, który przychodzi do gimnazjum

Zanim przejdziemy do omówienia wyników badania przeprowadzonego w szkołach gimnazjalnych, przedstawimy wyniki uzyskane przez uczniów klas szóstych. Informacje zawarte w tej części pozwolą poznać mocne i słabe strony młodzieży, która w tym roku rozpoczęła naukę w gimnazjum. Nauczyciele, znając obszary, w których uczniowie przejawiają trudności, mogą przewidzieć problemy, z jakimi będą musieli się zmierzyć, oraz zorganizować zajęcia w sposób, który szybko ujawni oraz wypełni zidentyfikowane luki w wiadomościach i umiejętnościach ich uczniów.

Poniższe zestawienie prezentuje dane dotyczące średniego wyniku uzyskanego przez uczniów klasy szóstej w poszczególnych sesjach, liczbę występujących w każdej sesji wyników zerowych oraz procent wyników maksymalnych.

Sesja	Liczba uczestników	Średni wynik ogólnopolski (%)	Liczba wyników zerowych	Wyniki maksymalne (%)
Sesja 1	102 542	53	84	**0,6**
Sesja 2	87 741	**59**	**24**	1,9
Sesja 3	72 625	**48**	**711**	**2,1**

Tabela 4. Średni wynik ogólnopolski, wyniki zerowe i wyniki maksymalne uczniów klas 6

Od skrajności do skrajności, czyli wyniki ekstremalne w klasie 6

Oto zadania, które znajdują się w czołówce ze względu na liczbę osób, które uzyskały w nich maksymalną liczbę punktów.

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Liczba (procent) uczniów, którzy uzyskali maksymalną liczbę punktów
Sesja 1	7	rozwiązuje zadanie tekstowe wielodziałaniowe	44 707 (44%)
	2	porównuje ułamki zwykłe, ułamki dziesiętne oraz liczby całkowite	43 495 (42%)
	4a)	zamienia jednostki długości	38 765 (38%)
Sesja 2	2	wskazuje zaokrąglenie liczby	41 835 (48%)
	6	zna własności figury	39 271 (45%)
	8	odpowiada na pytania dotyczące danych odczytanych z diagramu	38 617 (44%)
	3	rozwiązuje zadanie związane z kalendarzem	38 337 (44%)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Liczba (procent) uczniów, którzy uzyskali maksymalną liczbę punktów
Sesja 3	**4**	**wybiera wyrażenie algebraiczne opisujące obwód trójkąta**	**49 691 (68%)**
	3	sprawdza, czy liczba jest rozwiązaniem równania	48 001 (66%)
	9c)	oblicza pole trójkąta prostokątnego	44 706 (62%)

Tabela 5. Zadania o największej liczbie wyników maksymalnych (klasa 6, sesje 1–3)

W żadnym zadaniu nie zdarzyło się, aby więcej niż 70% uczniów osiągnęło maksymalny wynik w pojedynczym zadaniu. W sesji 1 w klasie szóstej uzyskano najniższy w skali całego badania w klasach 4–6 udział wyników maksymalnych (0,66%). Średnie ogólnopolskie wyniki procentowe w kolejnych sesjach klasy 6 były następujące: 53% – sesja 1, 59% – sesja 2 oraz 48% – sesja 3 (co daje jej ostatnie miejsce spośród wszystkich sesji w klasach 4–6). W sesji 3 w klasie 6 wystąpiła też rekordowa liczba wyników zerowych – było ich aż 711. W sesjach 1 i 2 wyników zerowych było odpowiednio 84 i 24. Poniższa tabela przedstawia numery zadań z poszczególnych sesji dla klasy 6, w których najwięcej było wyników zerowych.

Sesja 1 102 542 uczniów	**Sesja 2** 87 741 uczniów	**Sesja 3** 72 625 uczniów
Największa liczba wyników zerowych w pojedynczym zadaniu (ogółem)		
Zadanie 4b) – 91 146 Zadanie 4c) – 89 622	Zadanie 3 – 49 404	Zadanie 8 – 46 481
Największa liczba wyników zerowych przy podjętej próbie rozwiązania		
Zadanie 4b) – 87 419	Zadanie 3 – 48 994	Zadanie 8 – 44 087
Największa liczba wyników zerowych z powodu braku rozwiązania		
Zadanie 6 – 5249	Zadanie 7 – 3837	Zadanie 11 – 5979

Tabela 6. Zadania o największej liczbie wyników zerowych (klasa 6, sesje 1–3)

Oto zadania, z którymi uczniowie klasy 6 mieli najwięcej trudności.

❑ sesja 1, zadanie 4b) oraz zadanie 4c)

3 p. **4.** Uzupełnij:

a) 12,3 cm = ... m

b) 0,34 m^2 = ... cm^2

c) 1,3 dm^3 = ... cm^3

Jednostki pola błędnie zamieniło blisko 90% uczniów rozwiązujących zadanie 4b). Z zamianą jednostek objętości (zadanie 4c) nie poradziło sobie niewiele mniej, bo prawie 88% uczniów. Dla porównania: zamiana jednostek długości wypadła najlepiej, lecz wynik również jest alarmujący – tylko 38% uczniów poradziło sobie z zadaniem 4a).

❑ sesja 2, zadanie 3

W sesji 2 najwięcej niepowodzeń odnotowano w zadaniu 3:

1p. **3.** Jeśli 18 sierpnia była środa, to w jaki dzień tygodnia wypadnie 1 października?

A. niedziela B. wtorek C. czwartek D. piątek

Z zadaniem tym nie poradziło sobie 56% uczniów. Problem rozwiązywania zadań związanych z kalendarzem wystąpił już wcześniej w klasie 4. Nie po raz pierwszy można zobaczyć, że trudność uczniów z jednego rocznika występuje również w innych rocznikach.

❑ sesja 3, zadanie 8

Najwięcej wyników zerowych w sesji 3 klasy 6 pojawiło się w zadaniu 8:

2p. **8.** Działka ma kształt kwadratu o powierzchni 25 arów. Jaką długość ma bok tej działki?

Podczas rozwiązywania tego zadania dały o sobie znać zarówno problemy związane z zamianą jednostek (sesja 1, klasa 6), jak i występujące w klasach 4 i 5 trudności w obliczaniu obwodu/długości boku prostokąta/kwadratu, kiedy mamy podane jego pole (i na odwrót). Niepowodzenie w tym zadaniu było udziałem 64% uczniów rozwiązujących sprawdzian w sesji 3.

❑ sesja 3, zadanie 11

Najczęściej opuszczanym przez uczniów w skali całego badania w klasach 6 było zadanie 11 z sesji 3.

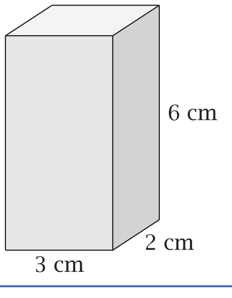
3p. **11.** Akwarium ma kształt prostopadłościanu o wymiarach $2{,}5\,\mathrm{m} \times 1\,\mathrm{m} \times 2\,\mathrm{m}$. Woda zajmuje $\frac{3}{5}$ jego objętości. Ile litrów wody jest w tym akwarium?

Zadanie to zniechęciło prawie 6000 uczniów – nie podjęli oni próby rozwiązania.

Zadania z pozostałych sesji, w których uczniowie najczęściej rezygnowali ze zmierzenia się z postawionym pytaniem, były następujące:

❑ sesja 1, zadanie 6

2p. **6.** Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach podanych na rysunku.



❑ sesja 2, zadanie 7

3p. **7.** Która figura ma większy obwód — prostokąt o wymiarach $2\frac{1}{3}\,\mathrm{cm} \times 2\frac{2}{3}\,\mathrm{cm}$ czy kwadrat o boku $2{,}9\,\mathrm{cm}$? Zapisz obliczenia.

Zadania z zakresu geometrii wymagające zamiany jednostek – przeważnie podane w formie zadania tekstowego – okazały się być częstą przyczyną niepowodzenia lub całkowitej rezygnacji z rozwiązania.

Łatwe, umiarkowanie trudne, trudne – mocne i słabe strony szóstoklasistów

W tej części przedstawiamy klasyfikację zadań rozwiązywanych przez uczniów klas szóstych we wszystkich sesjach ze względu na współczynnik łatwości wyliczony dla każdego zadania. W tabelach wyróżniamy wyniki bliskie wartościom granicznym norm dla danego poziomu trudności.

Zadania bardzo łatwe i łatwe (współczynnik łatwości 0,7–1,0)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	**2**	**porównuje ułamki zwykłe, ułamki dziesiętne oraz liczby całkowite**	**0,76**
Sesja 2	8	odpowiada na pytania dotyczące danych odczytanych z diagramu	0,73
	6	**zna własności figury**	**0,71**
Sesja 3	—	—	—

Tabela 7. Zadania bardzo łatwe i łatwe dla uczniów klasy 6

Zadania umiarkowanie trudne (współczynnik łatwości 0,5–0,69)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	1	wykonuje w pamięci działania na liczbach całkowitych i ułamkach zwykłych	0,62
	7	rozwiązuje zadanie tekstowe wielodziałaniowe	0,64
Sesja 2	1	wykonuje działania na liczbach całkowitych i ułamkach dziesiętnych	0,65
	5	porównuje długości i masy	0,63
	4	zaznacza na osi liczbowej ułamki zwykłe i dziesiętne	0,53
	7	porównuje obwody prostokąta i kwadratu	0,52
Sesja 3	**4**	**wybiera wyrażenie algebraiczne opisujące obwód trójkąta**	**0,68**
	3	sprawdza, czy liczba jest rozwiązaniem równania	0,65
	9c)	oblicza pole trójkąta prostokątnego	0,61
	6	oblicza pole trójkąta, mając daną podstawę i wysokość	0,59
	5	oblicza pole powierzchni sześcianu	0,56
	9b)	oblicza pole trapezu	0,56
	1	wykonuje obliczenia na liczbach wymiernych	0,52
	7	porównuje pola podane w różnych jednostkach	0,52
	9a)	**oblicza pole równoległoboku**	**0,51**

Tabela 8. Zadania umiarkowanie trudne dla uczniów klasy 6

Zadania trudne i bardzo trudne (współczynnik łatwości 0,0–0,49)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	**5**	**oblicza miary kątów trapezu równoramiennego**	**0,47**
	8	dokonuje porównania różnicowego iloczynu i ilorazu podanych ułamków dziesiętnych	0,42
	4a)	zamienia jednostki długości	0,36
	6	oblicza objętość prostopadłościanu o wymiarach podanych na rysunku	0,35
	3	oblicza pole trójkąta prostokątnego o danych przyprostokątnych	0,32
	4c)	zamienia jednostki objętości	0,12
	4b)	**zamienia jednostki pola**	**0,10**
Sesja 2	2	wskazuje zaokrąglenie liczby	0,46
	3	rozwiązuje zadanie związane z kalendarzem	0,44
	9	rozwiązuje zadanie tekstowe typu prędkość – droga – czas	0,32
Sesja 3	**10**	**układa i rozwiązuje równanie do zadania tekstowego**	**0,47**
	11	rozwiązuje zadanie tekstowe dotyczące objętości prostopadłościanu	0,36
	2	oblicza wartość wyrażenia arytmetycznego wielodziałaniowego	0,35
	8	zamienia jednostki pola oraz oblicza bok kwadratu, znając jego pole	0,27

Tabela 9. Zadania trudne i bardzo trudne dla uczniów klasy 6

Wnioski

Tylko trzy zadania ze wszystkich sesji rozwiązywanych przez szóstoklasistów okazały się dla nich łatwe. Wśród zadań łatwych nie znalazło się ani jedno zadanie z sesji 3. Żadne z zadań nie było dla uczniów bardzo łatwe, natomiast pojawiły się (w przeciwieństwie do klas 4 i 5) zadania o bardzo wysokim poziomie trudności. Używając terminologii, do której odwołuje się prof. Siwek, powyżej możliwości ucznia znalazło się po kilka zadań w każdej sesji. Zaskakujące jest, że umiejętnością, która w sposób szczególny przekracza możliwości szóstoklasistów, jest zamiana jednostek pola i objętości.

Warto zwrócić uwagę na zadania znajdujące się na pograniczu poziomów trudności, aby zobaczyć obszary krytyczne i obszary napawające nadzieją na poprawę.

Uczeń klasy 6 zna własności figury – uzupełnianie brakujących miar kątów i długości boków w narysowanych figurach: trójkącie równoramiennym, trapezie równoramiennym i równoległoboku było dla badanych uczniów zadaniem łatwym w sesji 2, czyli w połowie roku szkolnego. Łatwym, ale na pograniczu z poziomem umiarkowanej trudności. Co ciekawe, podobne zadanie w sesji 1, w którym uczeń miał obliczyć miary pozostałych kątów wewnętrznych, mając podaną miarę jednego z nich, okazało się być zadaniem trudniejszym (współczynnik łatwości 0,47). W tym względzie można stwierdzić znaczną poprawę na przestrzeni kilku miesięcy.

Wyniki alarmujące na pograniczu poziomu umiarkowanej trudności i trudności przekraczającej możliwości uczniów wystąpiły w zadaniach sprawdzających umiejętności: porównywania obwodów prostokąta i kwadratu (0,52), porównywania pól wyrażonych w różnych jednostkach (0,52), wykonywania obliczeń na liczbach wymiernych (0,52) oraz obliczania pola równoległoboku (0,51).

Jedno z zadań, którego współczynnik łatwości (0,47) zaklasyfikował je do grupy zadań trudnych, lecz był bliski dolnej granicy poziomu umiarkowanej trudności (strefa najbliższych możliwości), dotyczyło układania i rozwiązywania równania do zadania tekstowego (sesja 3, zadanie 10). Zadanie dotyczyło wieku trzech osób i okazało się łatwiejsze niż zadanie tekstowe z geometrii (sesja 3, zadanie 11 – współczynnik łatwości 0,36). Było nawet łatwiejsze niż zadanie typu prędkość – droga – czas (sesja 2, zadanie 9 – współczynnik łatwości 0,32).

III. Klasa I gimnazjum

Od skrajności do skrajności, czyli wyniki ekstremalne w I klasie gimnazjum

W pierwszej kolejności przedstawiamy zadania, które przodują w zestawieniu pod względem liczby osób, które za ich rozwiązanie otrzymały maksymalną liczbę punktów. W poniższej tabeli podane są informacje o trzech zadaniach z każdej sesji, w których najczęściej uczniowie podawali odpowiedź bezbłędną.

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Liczba (procent) uczniów, którzy uzyskali maksymalną liczbę punktów
Sesja 1	**4**	**oblicza bok kwadratu o danym obwodzie**	**113 188 (83%)**
	2	porównuje ułamki zapisane w różny sposób	86 317 (63%)
	1	oblicza wartość wyrażenia arytmetycznego	69 807 (51%)
Sesja 2	**3**	**oblicza, jakim procentem godziny jest dana liczba minut**	**96 390 (90%)**
	11	oblicza cenę po obniżce (podwyżce) o dany procent	76 487 (71%)
	10	stosuje zależności między bokami i kątami w trójkącie równoramiennym	69 443 (65%)
Sesja 3	**2**	**wskazuje liczbę, która spełnia równanie liniowe**	**74 765 (78%)**
	6	zapisuje obwód wielokąta w postaci wyrażenia algebraicznego	74 345 (77,5%)
	3	wskazuje wyrażenie równe danemu, wyłącza czynnik przed nawias	66 226 (69%)

Tabela 10. Zadania o największej liczbie wyników maksymalnych (klasa I, sesje 1–3)

Szczególną uwagę zwracamy jednak na wyniki zerowe, ponieważ pokazują te obszary, w których uczeń ma braki.

Wyróżniliśmy dwa rodzaje wyników zerowych:
1) uczeń podjął próbę rozwiązania zadania, ale zakończyła się ona niepowodzeniem,
2) uczeń w ogóle nie podjął próby rozwiązania zadania.

W kolejnej tabeli przedstawiamy dane dotyczące największej łącznej liczby wyników zerowych i największej liczby wyników zerowych każdego z rodzajów osobno.

Sesja 1 137 162 uczniów	Sesja 2 107 365 uczniów	Sesja 3 95 877 uczniów
Największa liczba wyników zerowych w pojedynczym zadaniu (ogółem)		
Zadanie 12 – 97 358	Zadanie 1 – 76 678 Zadanie 9 – 72 241	Zadanie 7a) – 73 608 Zadanie 13 – 72 754
Największa liczba wyników zerowych przy podjętej próbie rozwiązania		
Zadanie 3 – 75 383	Zadanie 1 – 76 582 Zadanie 9 – 61 648	Zadanie 7a) – 67 788 Zadanie 13 – 53 513
Największa liczba wyników zerowych z powodu braku rozwiązania		
Zadanie 12 – 32 936 Zadanie 11 – 16 479	Zadanie 9 – 10 593 Zadanie 14 – 9194	Zadanie 13 – 19 241 Zadanie 12 – 8436

Tabela 11. Zadania o największej liczbie wyników zerowych (klasa I, sesje 1–3)

Aby zrozumieć trudności uczniów, zobaczmy, jaka była treść zadań, z którymi najczęściej nie potrafili sobie poradzić.

❑ sesja 1, zadanie 12

2p. **12.** Objętość prostopadłościanu, którego dwie krawędzie mają długości 5 cm i 7 cm, jest równa 210 cm^3. Podaj wymiary tego prostopadłościanu. Zapisz obliczenia.

Aż 71% uczniów nie zdobyło punktów za rozwiązanie tego zadania, przy czym wyników zerowych przy podjętej próbie rozwiązania było blisko dwa razy więcej niż wyników zerowych wynikających z pominięcia zadania.

❑ sesja 1, zadanie 3

1p. **3.** Który z trójkątów jest równoramienny?

A. trójkąt o kątach 50° i 80°
B. trójkąt o kątach 90° i 40°
C. trójkąt o kątach 20° i 30°
D. trójkąt o kątach 100° i 60°

W wypadku tego zadania ponad połowa uczniów udzieliła błędnej odpowiedzi. Próby rozwiązania nie podjęło jedynie 0,6% badanych.

❑ sesja 1, zadanie 11

2p. **11.** Na mapie sporządzonej w skali 1 : 30 000 odległość między Miszewem a Miszewkiem wynosi 26 cm. Oblicz rzeczywistą odległość między tymi miejscowościami. Zapisz obliczenia, a wynik podaj w kilometrach.

Około 12% uczniów klas pierwszych nie wykonało tego zadania, 34% z nich uzyskało wynik zerowy mimo podjętej próby rozwiązania, niewiele mniej uczniów (33,5%) uzyskało maksymalną liczbę punktów za zadanie.

❑ sesja 2, zadanie 1

1p. **1.** Gdy zaokrąglimy liczbę 6,(82) do części setnych, otrzymamy:

A. 7,00 B. 6,83 C. 6,82 D. 6,8

Ponad 70% badanych udzieliło niewłaściwej odpowiedzi w tym zadaniu. Uczniów, którzy pomijali zadanie, było niewielu.

❑ sesja 2, zadanie 9

> 2 p. **9.** Oblicz:
>
> $-4 + \left(1\frac{1}{3} - 4\right) : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$ ....

Zadanie 9 było najczęściej opuszczanym przez uczniów zadaniem sesji 2 w klasie pierwszej gimnazjum. Spośród uczniów, którzy próbowali rozwiązać to zadanie, aż 64% uzyskało wynik zerowy.

❑ sesja 2, zadanie 14

> 2 p. **14.** Na zakup słownika Asia wydała 48 zł, co stanowiło 30% jej oszczędności. Ile pieniędzy miała Asia przed zakupem książki? Zapisz obliczenia.

Zadanie 14 zajęło drugie miejsce w zestawieniu zadań pomijanych przez uczniów w sesji 2. W grupie uczniów, którzy przystąpili do rozwiązywania postawionego problemu, ponad połowa uzyskała maksymalną liczbę punktów, a co trzeci uczeń otrzymał zero punktów.

❑ sesja 3, zadanie 7a)

> 2 p. **7.** Zapisz:
>
> a) jednomian $3a \cdot (-2b) \cdot a^2$ w postaci uporządkowanej ....

W sesji 3 najwięcej błędnych rozwiązań, które skutkowały wynikiem zerowym, pojawiło się w odpowiedziach udzielanych do zadania 7a). Taki wynik uzyskało blisko 71% uczniów. Zadanie to zajęło też trzecie miejsce w kategorii najczęściej pomijanych przez uczniów poleceń.

❑ sesja 3, zadanie 12

> 2 p. **12.** Za 1,4 kg pomarańczy Kasia zapłaciła 5,60 zł. Ile ważyły takie same pomarańcze kupione przez Alę, jeśli zapłaciła za nie 6,80 zł?

Powyższe zadanie zajęło drugie miejsce pod względem liczby pustych rozwiązań w sesji 3. W grupie uczniów, którzy rozwiązywali to zadanie, 38% zdobyło maksimum punktów, a blisko 35% uzyskało wynik zerowy.

❑ sesja 3, zadanie 13

> 3 p. **13.** Zwycięzca szkolnego wyścigu kolarskiego, jadąc z prędkością 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, pokonał trasę wyścigu w czasie o 20 minut krótszym niż zawodnik jadący z prędkością 26 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, który na mecie był ostatni. Jaką długość miała trasa tego wyścigu?

Zadanie to było najczęściej pomijane w sesji 3 – próby rozwiązania nie podjął co piąty uczeń. Próby rozwiązania tego zadania zakończyły się niepowodzeniem w blisko 70% przypadków. Tylko 8,5% uczniów rozwiązujących to zadanie zdobyło maksymalną liczbę punktów.

Łatwe, umiarkowanie trudne, trudne – mocne i słabe strony uczniów I klasy gimnazjum

W tej części przedstawiamy podział zadań rozwiązywanych przez uczniów klas pierwszych gimnazjum we wszystkich sesjach ze względu na współczynnik łatwości wyliczony dla każdego zadania. W tabelach wyróżniamy wyniki najwyższe i najniższe w skali wszystkich sprawdzianów.

Zadania bardzo łatwe i łatwe (współczynnik łatwości 0,7–1,0)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	4	oblicza bok kwadratu o danym obwodzie	0,82
Sesja 2	**3**	**oblicza, jakim procentem godziny jest dana liczba minut**	**0,89**
	10	stosuje zależności między bokami i kątami w trójkącie równoramiennym	0,76
	13	rozwiązuje zadanie tekstowe z działaniami na ułamkach dziesiętnych	0,71
	11	**oblicza cenę po obniżce/podwyżce o dany procent**	**0,70**
Sesja 3	2	wskazuje liczbę spełniającą dane równanie liniowe	0,77
	6	zapisuje obwód wielokąta w postaci wyrażenia algebraicznego	0,77

Tabela 12. Zadania bardzo łatwe i łatwe dla uczniów klasy I

Zadania umiarkowanie trudne (współczynnik łatwości 0,5–0,69)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	**8**	**odczytuje i interpretuje informacje z tabeli; wykonuje działania na liczbach całkowitych**	**0,69**
	2	porównuje ułamki zapisane w różny sposób	0,62
	6	zamienia jednostki długości i masy	0,58
	5	oblicza pole trójkąta	0,51
	1	**oblicza wartość wyrażenia arytmetycznego**	**0,50**
Sesja 2	4	zamienia ułamek dziesiętny na procent	0,61
	6	określa prawdziwość zdań związanych z cechami czworokątów	0,61
	5	stosuje nierówność trójkąta	0,59
	14	rozwiązuje zadanie tekstowe, obliczając liczbę na podstawie danego jej procentu	0,53

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 3	3	wskazuje wyrażenie równe danemu, wyłącza czynnik przed nawias	0,68
	7b)	mnoży sumę algebraiczną przez liczbę	0,59
	4	wyznacza wielkość ze wzoru	0,58
	1	oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego	0,57
	9b)	dzieli obie strony równania przez liczbę	0,56
	10	dodaje sumy algebraiczne	0,56
	5	określa prawdziwość zdań dotyczących proporcjonalności prostej i odwrotnej	0,52

Tabela 13. Zadania umiarkowanie trudne dla uczniów klasy I

Zadania trudne i bardzo trudne (współczynnik łatwości 0,0–0,49)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	3	wskazuje trójkąt równoramienny, korzystając z twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie	0,44
	7	oblicza część kwoty	0,43
	10	zapisuje odpowiedź w postaci wyrażenia algebraicznego	0,43
	11	oblicza rzeczywistą odległość, korzystając ze skali	0,43
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe z zastosowaniem objętości prostopadłościanu	0,26
Sesja 2	**2**	**oblicza miarę kąta wklęsłego, korzystając z własności miar kątów przyległych (i wierzchołkowych)**	**0,48**
	8	odczytuje długość odcinka równoległego do osi *y* (osi *x*) układu współrzędnych i podaje współrzędne środka tego odcinka	0,45
	12	oblicza obwód i pole trapezu	0,45
	7	zamienia jednostki pola	0,39
	1	wskazuje poprawne zaokrąglenie liczby do danego rzędu	0,28
	9	wykonuje działania na liczbach wymiernych	0,20
Sesja 3	8	redukuje wyrazy podobne	0,47
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe związane z wielkościami proporcjonalnymi	0,46
	11	analizuje treść zadania tekstowego, zapisuje i rozwiązuje równanie oraz wyznacza szukane wartości	0,41
	9a)	dodaje jednomian do obu stron równania	0,40
	7a)	porządkuje jednomian	0,23
	13	**rozwiązuje zadanie tekstowe związane z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi**	**0,14**

Tabela 14. Zadania trudne i bardzo trudne dla uczniów klasy 1

Wnioski

Warto zwrócić szczególną uwagę na te zadania, które znajdują się blisko granicy norm przyjętych dla poszczególnych poziomów trudności.

Współczynnik łatwości zadania tekstowego z działaniami na ułamkach dziesiętnych oraz zadania na obliczanie ceny towaru po zmianie o dany procent znajduje się przy dolnej granicy normy przyjętej dla poziomu łatwego.

Umiejętności, takie jak: obliczanie pola trójkąta czy wartości wyrażenia arytmetycznego oraz określanie prawdziwości zdań dotyczących proporcjonalności prostej i odwrotnej, są dla uczniów umiarkowanie trudne. Wartości wskaźników łatwości zadań sprawdzających te umiejętności są jednak niepokojące i sytuują je na granicy z poziomem przekraczającym możliwości uczniów pierwszej klasy gimnazjum.

Alarmujące są jednak przede wszystkim te obszary wiedzy i umiejętności badanych, w których uzyskali oni nie więcej niż 30% możliwych do zdobycia punktów. Taka sytuacja wystąpiła w zadaniach dotyczących zaokrąglania liczby do danego rzędu, porządkowania jednomianu i wykonywania działań na liczbach wymiernych. Trudne okazało się dla uczniów również zadanie tekstowe związane z objętością prostopadłościanu, natomiast bardzo trudne było zadanie tekstowe związane z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

Warto zwrócić też uwagę na umiejętności uczniów, które stosunkowo łatwo można podnieść na wyższy poziom. Odczytywanie i interpretacja informacji z tabeli, wykonywanie działań na liczbach całkowitych, wskazywanie wyrażenia równego danemu oraz wyłączanie czynnika przed nawias sprawiały uczniom umiarkowane trudności. Uczniowie uzyskali w zadaniach sprawdzających powyższe umiejętności blisko 70% możliwych do zdobycia punktów. Praca nad tymi obszarami umiejętności uczniów może w krótkim czasie spowodować ich przejście na poziom o wyższym współczynniku łatwości.

IV. Klasa II gimnazjum

Od skrajności do skrajności, czyli wyniki ekstremalne w klasie II gimnazjum

Na początku przedstawiamy zadania, które znajdują się w czołówce ze względu na liczbę osób, które uzyskały w nich maksymalną liczbę punktów. W poniższej tabeli podane są informacje o trzech zadaniach z każdej sesji, w których najczęściej uczniowie podawali odpowiedź bezbłędną.

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Liczba (procent) uczniów, którzy uzyskali maksymalną liczbę punktów
Sesja 1	**5**	**korzysta z proporcjonalności prostej**	**83 587 (76%)**
	3	zaokrągla liczby	65 163 (59%)
	7a)	odczytuje współrzędne punktu w układzie współrzędnych	60 155 (55%)
Sesja 2	**11**	**sprawdza, czy para liczb spełnia układ równań**	**65 131 (67%)**
	1	stosuje własności działań na potęgach	58 671 (61%)
	10b)	mnoży sumy algebraiczne przez liczby i redukuje wyrazy podobne	56 336 (58%)
Sesja 3	**3**	**rozpoznaje okrąg opisany na wielokącie lub okrąg wpisany w wielokąt**	**75 309 (88%)**
	4	korzysta z własności wielokątów foremnych	67 764 (79,5%)
	1	oblicza objętość prostopadłościanu	61 686 (72%)

Tabela 15. Zadania o największej liczbie wyników maksymalnych (klasa II, sesje 1–3)

Sesja 1 110 247 uczniów	**Sesja 2** 96 684 uczniów	**Sesja 3** 85 233 uczniów
Największa liczba wyników zerowych w pojedynczym zadaniu (ogółem)		
Zadanie 13 – 91 373 Zadanie 12 – 74 416	Zadanie 12 – 65 323 Zadanie 3 – 60 434	Zadanie 13 – 62 458 Zadanie 11 – 56 456 Zadanie 8b) – 56 050
Największa liczba wyników zerowych przy podjętej próbie rozwiązania		
Zadanie 13 – 72 442 Zadanie 12 – 61 344 Zadanie 7b) – 60 267	Zadanie 3 – 59 924 Zadanie 6 – 55 626 Zadanie 8 – 55 390	Zadanie 8b) – 51 413 Zadanie 8a) – 44 528 Zadanie 13 – 42 352
Największa liczba wyników zerowych z powodu braku rozwiązania		
Zadanie 13 – 18 931 Zadanie 10 – 16 499	Zadanie 12 – 21 816 Zadanie 13 – 15 775	Zadanie 13 – 20 106 Zadanie 11 – 16 570

Tabela 16. Zadania o największej liczbie wyników zerowych (klasa II, sesje 1–3)

Poniżej przedstawiamy przegląd zadań, w których uczniowie najczęściej uzyskiwali wynik zerowy.

❑ sesja 1, zadanie 13

2 p. **13.** Ośmiu harcerzy wykonywało prace remontowe w warsztacie pana Wacka. Gdyby harcerzy było tylko pięciu, to prace trwałyby o 3 godziny dłużej. Ile godzin harcerze pomagali panu Wackowi?

To zadanie okazało się dla uczniów zdecydowanie najtrudniejsze – aż 83% badanych nie zdobyło punktów za to zadanie. Próby rozwiązania nie podjęła największa (w skali sesji 1) liczba uczniów – prawie 19 tys. drugoklasistów. Blisko 80% podjętych zmagań zakończyło się niepowodzeniem.

❑ sesja 1, zadanie 12

3 p. **12.** Monika i Tola zbierają pocztówki. Monika ma ich cztery razy więcej niż Tola. Gdyby Monika oddała Toli 18 pocztówek, to obie miałyby tyle samo. Ile pocztówek ma Tola, a ile Monika?

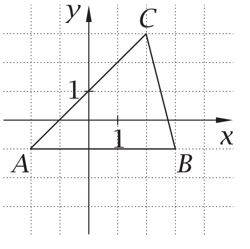
Zadanie zajmuje drugie miejsce zarówno pod względem liczby wyników zerowych za pojedyncze zadanie (67,5% wszystkich badanych), jak i liczby wyników zerowych mimo podjętej próby rozwiązania (63% uczniów, którzy zadanie rozwiązywali).

❑ sesja 1, zadanie 7b)

2 p. **7.** Korzystając z rysunku obok, uzupełnij zdania.

a) Punkt A ma współrzędne ....

b) Pole trójkąta ABC wynosi ....



Blisko 61% uczniów biorących udział w badaniu nie zdobyło punktów za to zadanie. W grupie tej 90% stanowili uczniowie, u których podjęta próba rozwiązania zakończyła się niepowodzeniem.

❑ sesja 1, zadanie 10

2 p. **10.** Wyznacz x ze wzoru:

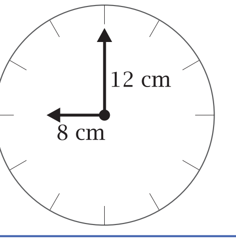
a) $y = \frac{1}{2}x$ b) $y + 1 = 3x$

Zadanie to zajmuje trzecie miejsce w zestawieniu pod względem liczby wyników zerowych uzyskanych w pojedynczym zadaniu oraz drugie miejsce pod względem liczby pustych rozwiązań. Próby rozwiązania zadania nie podjęło 15% uczniów, natomiast 40% rozwiązujących zadanie nie uzyskało żadnego punktu.

❑ sesja 2, zadanie 12

2 p. **12.** Rysunek przedstawia zegar, który znajduje się w pewnej sali egzaminacyjnej. Jaką drogę pokona koniec wskazówki minutowej tego zegara w czasie egzaminu, który trwa 3 godziny? Przyjmij, że $\pi = 3{,}14$. Wynik podaj z dokładnością do 1 cm.

....



W sesji 2 w tym zadaniu odnotowaliśmy najwięcej wyników zerowych (ogółem) i największą liczbę braku rozwiązań. Zadanie pominęło 22,5% badanych, a 58% rozwiązujących uzyskało wynik zerowy.

❑ sesja 2, zadanie 3

1p. **3.** Która z podanych liczb jest wymierna?

A. $\sqrt[3]{-9}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ D. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

W sesji 2 właśnie w zadaniu 3 najczęściej padała błędna odpowiedź – udzielało jej 6 na 10 badanych. Zadanie zajmuje drugie miejsce pod względem liczby wyników zerowych uzyskanych przez uczniów za pojedyncze zadanie.

❑ sesja 2, zadanie 6 i zadanie 8

1p. **6.** 6200 mm to:

A. $6{,}2 \cdot 10^3$ cm B. $6{,}2 \cdot 10$ cm C. $6{,}2 \cdot 10^4$ cm D. $6{,}2 \cdot 10^2$ cm

1p. **8.** Kąt o wierzchołku w środku okręgu o promieniu 3 ma miarę 36°. Czy długość łuku wyznaczonego przez ten kąt wynosi 60π? Wybierz poprawną odpowiedź i jedno jej uzasadnienie.

○ TAK,
○ NIE,

ponieważ

☐ długość łuku to $\frac{36°}{360°} \cdot \pi \cdot 9$.
☐ długość łuku to $\frac{36°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 3$.
☐ długość łuku to $\frac{360°}{36°} \cdot 2\pi \cdot 3$.
☐ długość łuku to $\frac{360°}{36°} \cdot \pi \cdot 9$.

W wypadku dwóch zaprezentowanych powyżej zadań liczba błędnych odpowiedzi udzielonych przez uczniów była zbliżona. Ponad 57% drugoklasistów popełniło błędy w trakcie rozwiązywania każdego z tych zadań.

❑ sesja 2, zadanie 13

3p. **13.** Egzamin z matematyki pisało 110 uczniów. Oceny dobre otrzymały 32 osoby, czyli 20% dziewcząt i $\frac{1}{3}$ chłopców. Ile dziewczyn i ilu chłopców pisało ten egzamin?

....

W sesji 2 zadanie 13 znalazło się na drugim miejscu ze względu na liczbę pustych rozwiązań. Próby jego rozwiązania nie podjęło się 16% uczniów, a ponad połowa podjętych prób zakończyła się niepowodzeniem.

❑ sesja 3, zadanie 13

3p. **13.** Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość $3\sqrt{13}$, a jego wysokość jest równa 9. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Wykonaj rysunek pomocniczy.

....

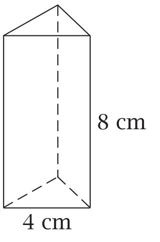
W sesji 3 najwięcej wyników zerowych za pojedyncze zadanie oraz pustych rozwiązań odnotowaliśmy w zadaniu 13. Próby rozwiązania nie podjął co czwarty badany, a 65% podjętych prób zakończyło się zupełnym niepowodzeniem.

❑ sesja 3, zadanie 11

> 2 p. **11.** W trójkąt równoboczny o boku 9 wpisano okrąg i na tym trójkącie opisano okrąg. Oblicz długości promieni obu okręgów.
>
> ....

Zadanie to zajmuje drugą pozycję ze względu na liczbę wyników zerowych uzyskanych za pojedyncze zadanie oraz z uwagi na liczbę pustych rozwiązań w sesji 3.

❑ sesja 3, zadanie 8

> 2 p. **8.** Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy. Uzupełnij poniższe zdania.
>
> a) Pole powierzchni bocznej graniastosłupa wynosi ....
>
> b) Objętość graniastosłupa jest równa ....
>
> 
>

W sesji 3 najwięcej wyników zerowych uzyskanych przez uczniów podejmujących próbę rozwiązania danego zadania wystąpiło w wypadku zadań 8b) i 8a) – odpowiednio 64% i 54%.

Łatwe, umiarkowanie trudne, trudne – mocne i słabe strony uczniów II klasy gmnazjum

W tej części przedstawiamy podział zadań rozwiązywanych przez uczniów klas drugich gimnazjum we wszystkich sesjach ze względu na współczynnik łatwości wyliczony dla każdego zadania. W tabelach wyróżniamy wyniki najwyższe i najniższe w skali wszystkich sprawdzianów.

Zadania bardzo łatwe i łatwe (współczynnik łatwości 0,7–1,0)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	5	korzysta z proporcjonalności prostej	0,75
Sesja 2	—	—	—
Sesja 3	**3**	**rozpoznaje okrąg opisany na wielokącie lub okrąg wpisany w wielokąt**	**0,88**
	4	korzysta z własności wielokątów foremnych	0,79
	1	**oblicza objętość prostopadłościanu**	**0,73**

Tabela 17. Zadania bardzo łatwe i łatwe dla uczniów klasy II

Zadania umiarkowanie trudne (współczynnik łatwości 0,5–0,69)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	3	zaokrągla liczby	0,58
	7a)	odczytuje współrzędne punktu w układzie współrzędnych	0,55
	4	ustala liczbę osi symetrii figury	0,51
	8	**oblicza procent danej kwoty; przedstawia część kwoty jako procent; operuje informacjami z diagramu**	**0,50**
Sesja 2	11	sprawdza, czy para liczb spełnia układ równań	0,66
	1	stosuje własności działań na potęgach	0,60
	10b)	mnoży sumy algebraiczne przez liczby i redukuje wyrazy podobne	0,57
	2	oblicza długość okręgu o danej średnicy	0,54
Sesja 3	**5**	**stosuje twierdzenie Pitagorasa w trójkącie równoramiennym**	**0,69**
	2	zamienia jednostki objętości	0,64
	10	sprawdza, czy trójkąt o danych długościach boków jest prostokątny	0,64
	6	stosuje twierdzenie Pitagorasa w układzie współrzędnych	0,63
	7	wykorzystuje zależności długości boków trójkątów o kątach 30°, 60°, 90° oraz 45°, 45°, 90°	0,57

Tabela 18. Zadania umiarkowanie trudne dla uczniów klasy II

Zadania trudne i bardzo trudne (współczynnik łatwości 0,0–0,49)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	**6**	**sprawdza, czy liczba jest rozwiązaniem równania**	**0,48**
	11	oblicza pole rombu, stosując obliczenia związane z procentami	0,42
	7b)	oblicza pole trójkąta w układzie współrzędnych	0,39
	9	zapisuje obwód i pole trapezu prostokątnego w postaci wyrażeń algebraicznych	0,36
	10	wyznacza wskazaną wielkość ze wzoru	0,28
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe za pomocą równania	0,27
	13	**rozwiązuje zadanie tekstowe związane z proporcjonalnością odwrotną**	**0,14**

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 2	**4**	**przedstawia pole prostokąta w postaci wyrażenia algebraicznego**	**0,48**
	5	**zapisuje zdanie za pomocą układu równań**	**0,48**
	10a)	**odejmuje sumy algebraiczne i redukuje wyrazy podobne**	**0,48**
	6	zamienia jednostki; przedstawia liczby w notacji wykładniczej	0,42
	7	wykonuje działania na potęgach i pierwiastkach	0,41
	8	oblicza długość łuku okręgu o danym promieniu, wyznaczonego przez kąt środkowy o danej mierze	0,41
	10b)	mnoży sumy algebraiczne i redukuje wyrazy podobne	0,40
	9	oblicza pole pierścienia kołowego	0,39
	3	oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny z liczby	0,37
	13	rozwiązuje zadanie tekstowe z zastosowaniem układu równań	0,27
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe związane z długością okręgu	0,25
Sesja 3	8a)	oblicza pole powierzchni bocznej graniastosłupa	0,45
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa	0,43
	9	oblicza miary kątów wpisanych w okrąg	0,38
	8b)	oblicza objętość graniastosłupa	0,35
	11	oblicza promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym	0,30
	13	rozwiązuje zadanie tekstowe związane z przekątną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego	0,18

Tabela 19. Zadania trudne i bardzo trudne dla uczniów klasy II

Wnioski

Analizując dane zawarte w tabelach, pragniemy zwrócić uwagę na kilka kwestii.

Najgorzej w grupie zadań umiarkowanie trudnych wypadły zadania dotyczące ustalania liczby osi symetrii figury (0,51), obliczania procentu danej kwoty, przedstawiania części kwoty jako procent oraz operowania informacjami z diagramu (0,50).

W stosunku do klasy pierwszej wzrosła liczba zadań, w których uczniowie uzyskali nie więcej niż 30% możliwych do zdobycia punktów. Dla badanych gimnazjalistów trudne okazały się polecenia, w których trzeba było: obliczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz promień okręgu opisanego na trójkącie (0,30), wyznaczyć wskazaną wielkość ze wzoru (0,28), rozwiązać zadanie tekstowe za pomocą równania (0,27) lub układu równań (0,27). Trudne też było zadanie tekstowe związane z długością okręgu (0,25). Najtrudniejszymi w skali całego badania okazały się natomiast zadania tekstowe związane z przekątną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego (0,18) oraz proporcjonalnością odwrotną (0,14).

Warto zwrócić też uwagę na zadania, których współczynnik łatwości umiejscawia je blisko górnej granicy normy dla danego poziomu trudności. Należy otoczyć te obszary szczególną troską i uwagą, aby uczniowie mogli sobie lepiej poradzić z zadaniami dotyczącymi: stosowania twierdzenia Pitagorasa w trójkącie równoramiennym (0,69), sprawdzania, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (0,48), przedstawiania pola prostokąta w postaci wyrażenia algebraicznego (0,48), odejmowania sum algebraicznych i redukcji wyrazów podobnych (0,48) oraz zapisywania zdania za pomocą układu równań (0,48).

V. Klasa III gimnazjum

Od skrajności do skrajności, czyli wyniki ekstremalne w III klasie gimnazjum

Na początku przedstawiamy zadania, które znajdują się w czołówce ze względu na liczbę osób, które za ich rozwiązanie otrzymały maksymalną liczbę punktów. W poniższej tabeli podane są informacje o trzech zadaniach z każdej sesji, w których najczęściej uczniowie podawali odpowiedź bezbłędną.

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Liczba (procent) uczniów, którzy uzyskali maksymalną liczbę punktów
Sesja 1	**8b)**	**mnoży sumy algebraiczne przez liczby i redukuje wyrazy podobne**	**55 701 (50%)**
	3	wskazuje błędnie wykonane działanie na pierwiastkach	55 551 (50%)
	2	oblicza wartość wyrażenia arytmetycznego	53 684 (48%)
Sesja 2	**1**	**stosuje twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości przyprostokątnej**	**78 055 (84%)**
	3	sprawdza, która para liczb spełnia podany układ równań	63 351 (68%)
	4	wskazuje figurę, która nie ma środka symetrii	44 569 (48%)
Sesja 3	**2**	**podaje wskazany wymiar figury podobnej**	**51 627 (64%)**
	3	podaje liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi ostrosłupa	49 671 (61%)
	6	oblicza pole powierzchni całkowitej walca	48 411 (60%)

Tabela 20. Zadania o największej liczbie wyników zerowych (klasa III, sesje 1–3)

W poniższej tabeli przedstawiamy numery zadań, w których najwięcej było wyników zerowych.

Sesja 1 111 052 uczniów	**Sesja 2** 93 408 uczniów	**Sesja 3** 80 831 uczniów
Największa liczba wyników zerowych w pojedynczym zadaniu (ogółem)		
Zadanie 12 – 90 986 Zadanie 8c) – 79 757	Zadanie 11 – 63 257 Zadanie 2 – 61 483	Zadanie 12 – 56 385
Największa liczba wyników zerowych przy podjętej próbie rozwiązania		
Zadanie 8c) – 73 656 Zadanie 4 – 64 956 Zadanie 6 – 62 295 Zadanie 8a) – 61 301	Zadanie 2 – 61 388	Zadanie 9b) – 44 821 Zadanie 9a) – 41 832 Zadanie 12 – 41 139
Największa liczba wyników zerowych z powodu braku rozwiązania		
Zadanie 12 – 29 887 Zadanie 7 – 9540 Zadanie 11 – 9273	Zadanie 12 – 12 778 Zadanie 9 – 12 011	Zadanie 12 – 15 246 Zadanie 11 – 11 983

Tabela 21. Zadania o największej liczbie wyników zerowych (klasa III, sesje 1–3)

Poniżej przedstawiamy treść zadań, w których uczniowie klasy III najczęściej popełniali błędy.

❑ sesja 1, zadanie 12

3 p. **12.** Z kawałka plasteliny wykonano model ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 3 cm i wysokości 8 cm. Następnie z tego samego kawałka plasteliny ulepiono sześcian. Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.

....

Trzecioklasiści najczęściej nie rozwiązywali właśnie tego zadania (27% badanych). Aż 75% prób rozwiązania zadania zakończyło się wynikiem zerowym.

❑ sesja 1, zadanie 8

3 p. **8.** Zapisz w jak najprostszej postaci:

a) $2a + 3c - (4a - 5c) =$ ....

b) $2(4c - 3a) + 3(2a - 3c) =$ ....

c) $(3a - 2)(a + 3) + a(5 - 3a) =$ ....

Najwięcej problemów sprawiło uczniom wyrażenie z podpunktu c). W tym zadaniu właśnie to wyrażenie było pomijane przez badanych najczęściej (ponad 6 tys. prac). Próby rozwiązania zadania bardzo często kończyły się niepowodzeniem. Mnożenie sum algebraicznych było dla uczniów znacznie trudniejsze niż mnożenie sumy algebraicznej przez liczbę.

❑ sesja 1, zadanie 4

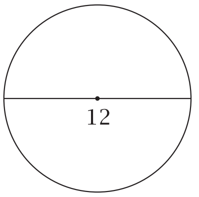
1 p. **4.** $2 \cdot 10^{-5}$ km to:

A. 2 cm B. 2 dm C. 2 mm D. 2 m

Zadanie 4 z sesji 1 zajęło drugie miejsce pod względem liczby prób rozwiązania, które zakończyły się wynikiem zerowym (58% badanych).

sesja 1, zadanie 6

1 p. **6.** Oceń prawdziwość zdań. Wstaw znak X w odpowiednią kratkę.

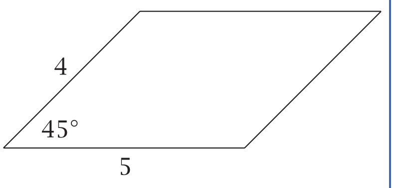


Długość okręgu przedstawionego na rysunku obok wynosi 6π.	☐ prawda	☐ fałsz
Promień koła o polu 4π wynosi 16.	☐ prawda	☐ fałsz

Aż 56% trzecioklasistów oceniających prawdziwość podanych zdań dwukrotnie udzieliło błędnej odpowiedzi.

❑ sesja 2, zadanie 11

2p. **11.** Oblicz pole równoległoboku przedstawionego na rysunku.



....

....

....

Pole = ...

W sesji 2 zadanie 11 zajęło pierwsze miejsce pod względem wyników zerowych uzyskanych za pojedyncze zadanie oraz trzecie miejsce pod względem liczby pustych rozwiązań. Spośród uczniów rozwiązujących zadanie aż 64% podjętych prób okazało się zupełnie nieefektywnych.

❑ sesja 2, zadanie 2

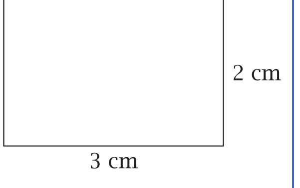
1p. **2.** Wynikiem działania $-3^2 - (-2)^4$ jest liczba:

A. 7 B. −25 C. −7 D. 25

W sesji 2 najwięcej problemów uczniowie mieli z zadaniem 2. Dwóch na trzech uczniów wykonujących obliczenia popełniło błąd w tym zadaniu.

❑ sesja 3, zadanie 12

2p. **12.** Rysunek poniżej przedstawia plan prostokątnej działki wykonany w pewnej skali. Wiedząc, że powierzchnia działki wynosi 54 ary, oblicz skalę, w jakiej wykonano ten plan.



....

....

....

Odpowiedź: ....

Uczniowie klas trzecich najczęściej rezygnowali z rozwiązania właśnie tego zadania. Przedstawiony problem zajmuje też trzecie miejsce pod względem liczby wyników zerowych za pojedyncze zadanie.

❑ sesja 3, zadanie 9

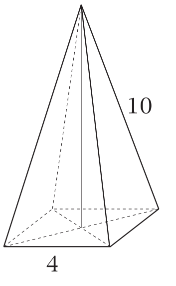
3p. **9.** Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy. Oblicz:

a) pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa,

....

b) wysokość tego ostrosłupa.

....



Zadanie 9 z sesji 3 zajęło drugie miejsce pod względem liczby pustych rozwiązań – blisko 14% uczniów pominęło rozwiązanie tego zadania.

Łatwe, umiarkowanie trudne, trudne – mocne i słabe strony uczniów III klasy gimnazjum

W tej części przedstawiamy klasyfikację zadań rozwiązywanych przez uczniów klas trzecich we wszystkich sesjach ze względu na współczynnik łatwości wyliczony dla każdego zadania. W tabelach wyróżniamy wyniki najwyższe i najniższe w skali wszystkich sprawdzianów.

Zadania bardzo łatwe i łatwe (współczynnik łatwości 0,7–1,0)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	—	—	—
Sesja 2	1	stosuje twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości przyprostokątnej	0,83
Sesja 3	—	—	—

Tabela 22. Zadania bardzo łatwe i łatwe dla uczniów klasy III

Zadania umiarkowanie trudne (współczynnik łatwości 0,5–0,69)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	10	interpretuje informacje podane na diagramie	0,59
	9	rozwiązuje zadanie tekstowe z zastosowaniem procentów	0,52
	3	**wskazuje błędnie wykonane działanie na pierwiastkach**	**0,50**
Sesja 2	**8**	**odczytuje własności funkcji z wykresu**	**0,69**
	3	sprawdza, która para liczb spełnia podany układ równań	0,67
	7	sprawdza poprawność działań na pierwiastkach	0,57
Sesja 3	2	podaje wskazany wymiar figury podobnej	0,64
	3	podaje liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi ostrosłupa	0,62
	5	wskazuje walec o największej (najmniejszej) objętości	0,59
	6	oblicza pole powierzchni całkowitej walca	0,59
	1	określa skalę podobieństwa figur	0,57
	7	oblicza długość tworzącej stożka, korzystając z własności trójkąta prostokątnego o kątach 90°, 30°, 60°	0,56
	4	oblicza pole powierzchni sześcianu	0,55
	8	określa poprawność zdań dotyczących objętości kuli i pola powierzchni bocznej stożka	0,54
	10	rozwiązuje zadanie tekstowe, korzystając z podobieństwa trójkątów prostokątnych	0,52

Tabela 23. Zadania o umiarkowanym stopniu trudności dla uczniów klasy III

Zadania trudne i bardzo trudne (współczynnik łatwości 0,0–0,49)

Sesja	Zadanie	Umiejętność sprawdzana w zadaniu Uczeń:	Współczynnik łatwości
Sesja 1	**7**	**oblicza długość odcinka w układzie współrzędnych**	**0,49**
	8c)	**mnoży sumy algebraiczne przez liczby i redukuje wyrazy podobne)**	**0,49**
	2	oblicza wartość wyrażenia arytmetycznego	0,48
	5	wskazuje układ równań opisujący treść zadania związanego z objętością i polem powierzchni bocznej graniastosłupa	0,47
	1	porównuje liczby, stosując własności działań na potęgach	0,46
	11	oblicza obwód trapezu prostokątnego, korzystając z twierdzenia Pitagorasa	0,45
	6	określa prawdziwość zdań dotyczących okręgu i koła	0,43
	3	wskazuje błędnie wykonane działanie na pierwiastkach	0,41
	8a)	odejmuje sumy algebraiczne i redukuje wyrazy podobne	0,41
	8 c)	mnoży sumy algebraiczne i redukuje wyrazy podobne	0,27
	12	**rozwiązuje zadanie tekstowe związane z objętością brył**	**0,12**
Sesja 2	4	wskazuje figurę, która nie ma środka symetrii	0,48
	5	wskazuje zdanie prawdziwe dotyczące funkcji podanej wzorem i przedstawionej na wykresie	0,43
	6	wyznacza promień okręgu (koła) na podstawie wzoru na długość łuku okręgu (pole wycinka koła)	0,43
	10	przekształca wyrażenie algebraiczne i oblicza jego wartość	0,41
	9	oblicza promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym (wpisanego w trójkąt równoboczny)	0,36
	2	oblicza wartość liczbową wyrażenia zawierającego potęgi	0,34
	12	rozwiązuje zadanie tekstowe z zastosowaniem układu równań	0,30
	11	oblicza pole równoległoboku, wykorzystując związki miarowe w trójkącie o kątach 90°, 45°, 45°	0,28
Sesja 3	9b)	oblicza wysokość ostrosłupa, korzystając z twierdzenia Pitagorasa	0,34
	11	rozwiązuje zadanie tekstowe związane z objętością walca i kuli	0,33
	9a)	oblicza pole powierzchni bocznej ostrosłupa, korzystając z twierdzenia Pitagorasa	0,30
	1	oblicza skalę podobieństwa figur	0,21

Tabela 24. Zadania trudne i bardzo trudne dla uczniów klasy III

Wnioski

Tylko jedno spośród wszystkich rozwiązywanych przez trzecioklasistów zadań okazało się dla nich łatwe. W stosunku do wyników klas pierwszych i drugich wzrosła liczba zadań trudnych, znajdujących się powyżej możliwości badanych.

W grupie zadań umiarkowanie trudnych najgorzej wypadły zadania tekstowe z zastosowaniem procentów (0,52) i podobieństwa trójkątów prostokątnych (0,52) oraz polecenia dotyczące wykonywania działań na pierwiastkach (0,50).

Zwracamy szczególną uwagę na zadania, których współczynnik łatwości nie przekroczył progu 0,30. W tej grupie znalazły się zadania tekstowe z zastosowaniem układu równań (0,30), obliczanie pola powierzchni bocznej ostrosłupa z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa (0,30), obliczanie pola równoległoboku z wykorzystaniem związków miarowych w trójkącie o kątach 90°, 45°, 45° (0,28) oraz mnożenie sum algebraicznych i redukcja wyrazów podobnych (0,27). Najwięcej trudności sprawiło uczniom klas trzecich obliczanie skali podobieństwa figur (0,21) oraz rozwiązywanie zadań tekstowych związanych z objętością brył (0,12).

Obszary do możliwej poprawy identyfikujemy na podstawie wskaźników łatwości znajdujących się blisko górnej granicy normy wyznaczonej dla danej grupy zadań. Zadania trudne, które niewiele dzieli od poziomu umiarkowanej trudności, dotyczyły następujących zagadnień: obliczanie długości odcinka w układzie współrzędnych (0,49), mnożenie sum algebraicznych przez liczby i redukcja wyrażeń podobnych (0,49), obliczanie wartości wyrażenia algebraicznego (0,48) oraz wskazywanie figury, która nie ma środka symetrii (0,48).

VI. Sześć najtrudniejszych zadań

Na koniec prezentujemy sześć zadań, które w skali całego badania w ramach projektu LEPSZA SZKOŁA w gimnazjum uzyskały najniższe współczynniki łatwości. Pomijamy w tym miejscu komentarze i uwagi do zadań (można je znaleźć w częściach dotyczących wyników poszczególnych klas). Pod koniec drugiego semestru warto przeprowadzić w klasach trzecich gimnazjum sprawdzian złożony z tych właśnie najtrudniejszych zadań i przekonać się, jak wypadną uczniowie w porównaniu z gimnazjalistami z całej Polski, którzy rozwiązywali te zadania rok wcześniej.

Miejsce 1.

❑ Klasa III. Sesja 1. Zadanie 12. Współczynnik łatwości: 0,12

3 p. **12.** Z kawałka plasteliny wykonano model ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 3 cm i wysokości 8 cm. Następnie z tego samego kawałka plasteliny ulepiono sześcian. Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.

Miejsce 2. (ex aequo)

❑ Klasa I. Sesja 3, zadanie 13. Współczynnik łatwości: 0,14

3 p. **13.** Zwycięzca szkolnego wyścigu kolarskiego, jadąc z prędkością 30 $\frac{km}{h}$, pokonał trasę wyścigu w czasie o 20 minut krótszym niż zawodnik jadący z prędkością 26 $\frac{km}{h}$, który na mecie był ostatni. Jaką długość miała trasa tego wyścigu?

❑ Klasa II. Sesja 1. Zadanie 13. Współczynnik łatwości: 0,14

2 p. **13.** Ośmiu harcerzy wykonywało prace remontowe w warsztacie pana Wacka. Gdyby harcerzy było tylko pięciu, to prace trwałyby o 3 godziny dłużej. Ile godzin harcerze pomagali panu Wackowi?

Miejsce 3.

❑ Klasa II. Sesja 3. Zadanie 13. Współczynnik łatwości: 0,18

3 p. **13.** Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość $3\sqrt{13}$, a jego wysokość jest równa 9. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa. Wykonaj rysunek pomocniczy.

Miejsce 4.

❑ Klasa I. Sesja 2. Zadanie 9. Współczynnik łatwości: 0,20

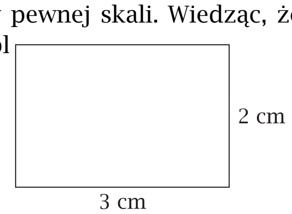
2 p. **9.** Oblicz:

$-4 + \left(1\frac{1}{3} - 4\right) : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$ ....

Miejsce 5.

❑ Klasa III. Sesja 3. Zadanie 12. Współczynnik łatwości: 0,21

2 p. **12.** Rysunek poniżej przedstawia plan prostokątnej działki wykonany w pewnej skali. Wiedząc, że powierzchnia działki wynosi 54 ary, oblicz skalę, w jakiej wykonano ten pl



....

....

....

VII. Podsumowanie

Cokolwiek potrafisz lub myślisz, że potrafisz, rozpocznij to.
Odwaga ma w sobie geniusz, potęgę i magię.

Johann Wolfgang von Goethe

Mamy nadzieję, że podane przez nas informacje okażą się pomocne w Twojej codziennej pracy. Liczymy na to, że zwrócenie uwagi na dostrzeżone przez nas obszary krytyczne oraz te, w których widzimy spore szanse na poprawienie wyników, przyczyni się do sukcesów Twoich uczniów. Jeżeli masz ochotę podzielić się z nami swoją opinią dotyczącą niniejszego opracowania, możesz się z nami skontaktować drogą mailową: ls@gwo.pl. Jesteśmy otwarci na krytykę i propozycje z Twojej strony, ponieważ chcemy, aby opracowywane przez nas raporty roczne dostarczały Ci wszystkich informacji, których potrzebujesz.

Dostrzegaj, doceniaj i pielęgnuj mocne strony Twoich uczniów. Czasem tak niewiele trzeba, żeby uczeń poczuł się przez Ciebie zauważony. Okaż mu zainteresowanie, uwagę i zrozumienie. Pochwal, kiedy czyni postępy. Dodaj otuchy i nadziei, kiedy z czymś sobie nie radzi. Stwarzaj każdemu uczniowi okazję do tego, by odniósł i świadomie przeżył swój matematyczny sukces!

Nie bój się poruszać po tych obszarach, z którymi Twoi uczniowie mają trudności. Zachęcaj ich do podejmowania wyzwań i rozwiązywania problemów, które ich początkowo przerastają. Tylko tak ucząc ich matematyki, nauczysz ich pięknie żyć!